جامعة الفرات - كلية العلوم - قسم الرياضيات
سلم تصحيح امتحان مقرر نظرية الاحتمالات - طلاب السنة الثالثة
الدورة الفصلية الثانية من العام الدراسي ٢٠٢٤/ ٢٠٢٥

الدرجة الكلية: ١٠٠ درجة

السؤال الأول (٣٥ درجة):

١٠ درجات	(i) عدد الطرق الممكنة لاختيار اللجنة هو $C_2^5 \times C_3^9 = \frac{5!}{2!\times(5-2)!}\times\frac{9!}{3!\times(9-3)!} = \frac{5\times 4\times 3!}{2\times 3!}\times\frac{9\times 8\times 7\times 6!}{3\times 2\times 6!}$ $= 5\times 2 \ \times \ 3\times 4\times 7 = 840$
١٥ درجة	(ii) باعتبار أن رمي قطعتي النقود معاً عبارة عن تجربة برنولية النجاح فيها هو تطابق الوجهين الظاهرين فإن احتمال النجاح فيها هو $p = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$، ويكون احتمال الفشل فيها هو $q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. وبفرض أننا قمنا بتكرار التجربة n مرة، نكون بصدد تجربة ثنائية، والمطلوب في هذه التجربة أن يكون $P\{X \geq 1\} \geq 0.7$. يعطى تابع التوزيع الاحتمالي للتجربة الثنائية بالقانون $P_X(x) = C_x^n \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{n-x} = C_x^n \left(\frac{1}{2}\right)^n = C_x^n \frac{1}{2^n} \quad ; \quad x = 0,1,2,\ldots,n$ كما نعلم أن $P\{X \geq 1\} = 1 - P\{X = 0\} = 1 - P_X(0)$، فيصبح الشرط المعطى بالشكل $1 - P_X(0) \geq 0.7 \Rightarrow P_X(0) \leq 1 - 0.7 = 0.3 \Rightarrow C_0^n \frac{1}{2^n} \leq 0.3 \Rightarrow \frac{1}{2^n} \leq 0.3$ $\Rightarrow Ln\left(\frac{1}{2^n}\right) \leq Ln(0.3) \Rightarrow Ln\left(2^{-n}\right) \leq Ln(0.3) \Rightarrow -n\ Ln(2) \leq Ln(0.3)$ $\Rightarrow n \geq -\frac{Ln(0.3)}{Ln(2)} \approx 1.7$ وبالتالي نستنتج أنه يجب تكرار رمي قطعتي النقود مرتين على الأقل.

مدرس المقرر:
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية:
د. نورس الهلامي

السؤال الثاني (٣٠ درجة):

بفرض أن A_1 هو الحدث الدال على كون المصباح من إنتاج الآلة الأولى، وأن A_2 هو الحدث الدال على كون المصباح من إنتاج الآلة الثانية، وأن A_3 هو الحدث الدال على كون المصباح من إنتاج الآلة الثالثة. عندئذٍ نلاحظ أن $\{A_1,A_2,A_3\}$ تشكل تجزئة للحدث الأكيد في التجربة. وبفرض أن B هو الحدث الدال على كون المصباح صالح، عندئذٍ يكون $$p(A_1)=\frac{25}{100}=\frac{5}{20} \quad , \quad p(A_2)=\frac{45}{100}=\frac{9}{20} \quad , \quad p(A_3)=\frac{6}{20}$$ $$p_{A_1}(\overline{B})=\frac{2}{100} \quad , \quad p_{A_2}(\overline{B})=\frac{3}{100} \quad , \quad p_{A_3}(\overline{B})=\frac{2}{100}$$	٥ درجات
(i) الاحتمال المطلوب هو $$p(\overline{B})=p(A_1)\times p_{A_1}(\overline{B})+p(A_2)p_{A_2}(\overline{B})+p(A_3)p_{A_3}(\overline{B})$$ $$=\frac{5}{20}\times\frac{2}{100}+\frac{9}{20}\times\frac{3}{100}+\frac{6}{20}\times\frac{2}{100}=\frac{10+27+12}{200}=\frac{49}{200}$$	١٠ درجات
(ii) الاحتمال المطلوب هو $$p_B(A_2)=\frac{p(A_2)\times p_{A_2}(B)}{p(B)}=\frac{p(A_2)\times\left[1-p_{A_2}(\overline{B})\right]}{1-p(\overline{B})}$$ $$=\frac{\frac{9}{20}\times\left[1-\frac{3}{100}\right]}{1-\frac{49}{200}}=\frac{\frac{9}{20}\times\frac{97}{100}}{\frac{151}{200}}=\frac{873}{1510}$$	١٥ درجة

مدرس المقرر:
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية:
د. نورس الهلامي

السؤال الثالث (٣٥ درجة):

(a) بملاحظة أن X هو متحول عشوائي منقطع و أن:

$$\Omega(X)=\{0,1,2,3,4,5\}$$

فإن جدول التوزيع الاحتمالي للمتحول يكون بالشكل التالي:

X	0	1	2	3	4	5	$\sum$
$P_X(x)$	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{1}{18}$	1

١٥
درجة

(b) باستخدام جدول التوزيع الاحتمالي السابق، يصبح جدول التوزيع التراكمي بالشكل

X	0	1	2	3	4	5
$F_X(x)$	$\frac{3}{18}$	$\frac{8}{18}$	$\frac{12}{18}$	$\frac{15}{18}$	$\frac{17}{18}$	1

أما الاحتمال المطلوب فيستنتج من جدول التوزيع التراكمي بالشكل التالي

$$P\{X<3\}=P\{X\le 4\}=F_X(4)=\frac{17}{18}$$

١٠
درجات

(d) لحساب التوقع الرياضي وتشتت المتحول لدينا:

$$E(X)=0\times\frac{3}{18}+1\times\frac{5}{18}+2\times\frac{4}{18}+3\times\frac{3}{18}+4\times\frac{2}{18}+5\times\frac{1}{18}=\frac{35}{18}$$

$$E(X^2)=0^2\times\frac{3}{18}+1^2\times\frac{5}{18}+2^2\times\frac{4}{18}+3^2\times\frac{3}{18}+4^2\times\frac{2}{18}+5^2\times\frac{1}{18}=\frac{105}{18}$$

$$V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{105}{18}-\left(\frac{35}{18}\right)^2=\frac{665}{324}$$

١٠
درجات

انتهى سلم التصحيح (ثلاث صفحات)

مدرس المقرر:
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية:
د. نورس الهلامي